

Rys. 5.19. Przekrój kołowy żelbetowego słupa uzwojonego, obliczony w przykładzie 5.15

Uwaga: Przykładu ilustrującego wyznaczanie nośności dla zadanego przekroju słupa uzwojonego nie podano, gdyż procedura obliczania jest w tym przypadku bardzo prosta, polegająca na wstawieniu do wzoru (5.126) wartości otrzymanych ze wzorów (5.120) i (5.127) i sprawdzeniu warunku nośności (5.86).

5.5. OBLICZANIE PRZEKROJÓW ELEMENTÓW ROZCIĄGANYCH

W elementach żelbetowych rozciąganych nie uwzględnia się niezamierzonego mimośrodowego przypadkowego ($e_a = 0$) ani też wpływu smukłości elementów na ich nośność ($\eta = 1,0$). W związku z tym, działający w krytycznym przekroju elementu układ obliczeniowych sił w postaci momentu zginającego M_{sd} i rozciągającej siły podłużnej N_{sd} zamieniamy na – bardziej przydatny w obliczeniach układ równoważny w postaci siły N_{sd} działającej na mimośrodku obliczeniowym $e_0 = e_e$ odmierzanym od osi ciężkości betonowej części elementu. Dla ułatwienia, podłużną siłę rozciągającą N_{sd} sytuujemy w obliczeniach po takiej stronie elementu, aby uzyskać rozkład sił i umowną strefę ścisną w rozważanym przekroju w konfiguracji identycznej jak to ma miejsce w elementach żelbetowych mimośrodkowo ścispanych (rys. 5.20)

W obliczeniach elementów żelbetowych rozciąganych mimośrodowo wyróżnia się dwa przypadki:

A. Przypadek dużego mimośrodowego, gdy obliczeniowa siła podłużna rozciągająca N_{sd} leży na zewnątrz odcinka łączącego środki ciężkości przekrojów zbrojeń A_{s1} i A_{s2} (rys. 5.20).

B. Przypadek małego mimośrodowego, gdy siła podłużna rozciągająca N_{sd} leży wewnątrz odcinka łączącego środki ciężkości przekrojów zbrojeń A_{s1} i A_{s2} (rys. 5.22).

W przypadku małego mimośrodowego, podobnie jak w przypadku gdy element żelbetowy jest rozciągany osiowo siłą N_{sd} , pomija się w obliczeniach współpracę betonu, przyjmując, że siłę tę przenosi w całości zbrojenie o polach przekroju A_{s1} i A_{s2} . Ponadto, uwzględniając, że większość spotykanych w praktyce prętowych elementów żelbetowych mimośrodowo rozciąganych, ma przekrój prostokątny, w podrozdziale 5.5 rozpatruje się tylko prostokątne przekroje mimośrodowo rozciągane.

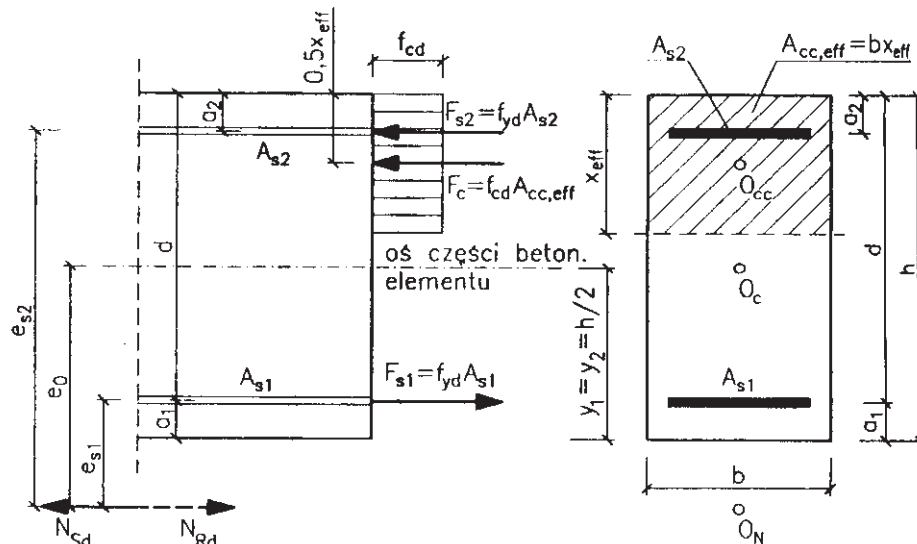
5.5.1. Przekrój prostokątny mimośrodowo rozciągany – duży mimośród

Usytuowanie siły podłużnej rozciągającej N_{sd} względem osi ciężkości elementu w sposób pokazany na rys. 5.20, na mimośrodkach

$$e_{s1} = |e_0 - y_1 + a_1| \quad (5.130)$$

$$e_{s2} = e_0 + y_2 - a_2 \quad (5.131)$$

(przy czym w przypadku przekroju prostokątnego $y_1 = y_2 = 0,5 h$), powoduje, że w porównaniu z przypadkiem mimośrodowego ściskania na dużym mimośrodku (podrozdział 5.3.3) niewielkiej zmianie, polegającej jedynie na zmianie znaku siły N_{sd} ulegają wzory pochodzące z równania równowagi sił w przekroju. Wzory te, w zmienionej postaci (5.132), (5.133) i (5.136), przedstawiono w podrozdziałach 5.5.1.1 i 5.5.1.2, uwzględniając, że w elementach mimośrodowo rozciąganych stosuje się głównie zbrojenie niesymetryczne.



Rys. 5.20. Rozkład granicznych naprężeń i sił wewnętrznych w przekroju żelbetowym prostokątnym mimośrodowo rozciągany w przypadku dużego mimośrod (punkt O_c oznacza środek ciężkości przekroju betonowej części elementu, O_{cc} – środek ciężkości strefy ściskanej przekroju, zaś O_N – punkt przyłożenia siły podłużnej)

5.5.1.1. Wymiarowanie zbrojenia

Pole przekroju A_{s2} zbrojenia ściskanego obliczamy ze wzoru (5.66) – wyprowadzonego dla mimośrodowego ściskania – po czym dobieramy i rozmieszczamy pręty zbrojeniowe ściskane o polu przekroju $A_{s2,prov}$, a następnie obliczamy $a_{2,prov}$, w sposób identyczny do opisanego w podrozdziale 5.3.3.1.

Jeżeli pręty zbrojeniowe ściskane zostały dobrane w taki sposób, że $A_{s2,prov} \approx A_{s2}$, to pole przekroju zbrojenia rozciąganego obliczamy ze wzoru:

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} b d \xi_{eff,lim} + f_{yd} A_{s2,prov} + N_{Sd}}{f_{yd}} \quad (5.132)$$

Natomiast jeżeli $A_{s2,prov} > A_{s2}$, to najpierw obliczamy współczynnik $s_{c,eff}$ ze wzoru (5.69), a następnie względną efektywną wysokość strefy ściskanej ze wzoru (5.6).

Jeżeli $\xi_{\text{eff}} > \xi_{\text{eff,lim}}$, to należy zwiększyć wymiary przekroju lub ilość zbrojenia ściskanego $A_{s2,\text{prov}}$.

W przypadku zaś gdy $2a_{2,\text{prov}}/d_{\text{prov}} \leq \xi_{\text{eff}} \leq \xi_{\text{eff,lim}}$, pole przekroju zbrojenia rozciąganego obliczamy z zależności

$$A_{s1} = \frac{f_{cd} b d \xi_{\text{eff}} + f_{yd} A_{s2,\text{prov}} + N_{Sd}}{f_{yd}} \quad (5.133)$$

a gdy $\xi_{\text{eff}} < 2a_{2,\text{prov}}/d_{\text{prov}}$, to pole to obliczamy ze wzoru (5.71).

Zasady doboru i rozmieszczania prętów zbrojeniowych rozciąganych o polu przekroju $A_{s1,\text{prov}}$ i obliczania $a_{1,\text{prov}}$, d_{prov} , $e_{s1,\text{prov}}$ oraz $e_{s2,\text{prov}}$ pozostają takie same jak opisane w podrozdziale 5.3.3.1. Ponadto, pola przekrojów obu zbrojeń, rozciąganego i ściskanego, nie mogą być mniejsze od wymaganej przez normę [N1] wartości minimalnej

$$A_{s1,\text{prov}} \geq A_{s1,\text{min}} = 0,002 b h \quad (5.134)$$

$$A_{s2,\text{prov}} \geq A_{s2,\text{min}} = 0,002 b h \quad (5.135)$$

5.5.1.2. Nośność przekroju

Podstawowe zasady wyznaczania nośności i sprawdzania warunku nośności zadanego przekroju żelbetowego (o znanych parametrach geometryczno-wytrzymałościowych) mimośrodowo rozciąganego pozostają takie same jak w przypadku mimośrodowego ściskania (patrz podrozdział 5.3.3.3 oraz rys. 5.20, przy uwzględnieniu w nim $a_{1,\text{prov}}$, $a_{2,\text{prov}}$, d_{prov} , $e_{s1,\text{prov}}$, $e_{s2,\text{prov}}$, $A_{s1,\text{prov}}$ oraz $A_{s2,\text{prov}}$ zamiast a_1 , a_2 , d , e_{s1} , e_{s2} , A_{s1} oraz A_{s2}).

Postępowanie zgodne z zaleceniami zawartymi w normie [N1] wymaga najpierw wyznaczenia względnej efektywnej wysokości strefy ściskanej z równania równowagi sił w przekroju (rys. 5.20):

$$\xi_{\text{eff}} = \frac{f_{yd} (A_{s1,\text{prov}} - A_{s2,\text{prov}}) - N_{Sd}}{f_{cd} b d_{\text{prov}}} \quad (5.136)$$

Jeżeli $2a_{2,\text{prov}}/d_{\text{prov}} \leq \xi_{\text{eff}} \leq \xi_{\text{eff,lim}}$ to po obliczeniu M_{Sd1} ze wzoru (5.79) oraz nośności M_{Rd1} przekroju na zginanie przy mimośrodowym rozciąganiu na dużym mimośrodku – ze wzoru (5.82), stan graniczny nośności sprawdzamy z warunku (5.83).

Jeżeli natomiast $\xi_{\text{eff}} < 2a_{2,\text{prov}}/d_{\text{prov}}$, to przyjmujemy równość $\xi_{\text{eff}} = 2a_{2,\text{prov}}/d_{\text{prov}}$ i obliczamy $M_{\text{Sd}2}$ ze wzoru (5.80) oraz nośność przekroju $M_{\text{Rd}2}$ ze wzoru (5.84), a stan graniczny nośności sprawdzamy z warunku (5.85).

Alternatywny, tradycyjny [4] sposób wyznaczania nośności wymaga wyznaczenia najpierw względnej efektywnej wysokości ξ_{eff} strefy ściskanej ze zmodyfikowanego równania (5.87), w którym znaki dodawania i odejmowania zamieniono na przeciwne (znaki w liczniku ułamka pod pierwiastkiem – jak w podrozdziale 5.3.3.3), a następnie przeanalizowania wartości tej wysokości.

Jeżeli $2a_{2,\text{prov}}/d_{\text{prov}} \leq \xi_{\text{eff}} \leq \xi_{\text{eff,lim}}$ to nośność N_{Rd} przekroju z uwagi na siłę podłużną rozciągającą na dużym mimośrodku obliczamy (z równania równowagi sił) jako

$$N_{\text{Rd}} = f_{\text{yd}} (A_{\text{s}1,\text{prov}} - A_{\text{s}2,\text{prov}}) - f_{\text{cd}} b d_{\text{prov}} \xi_{\text{eff}} \quad (5.137)$$

Jeżeli natomiast $\xi_{\text{eff}} < 2a_{2,\text{prov}}/d_{\text{prov}}$, to nośność N_{Rd} wyznaczamy ze wzoru (5.90). Stan graniczny nośności sprawdzamy z warunku (5.86).

Przykład 5.16. Wymiarowanie niesymetrycznie zbrojonego przekroju prostokątnego w elemencie rozciągany na dużym mimośrodku.

Dane: $M_{\text{Sd}} = 200 \text{ kNm}$; $N_{\text{Sd}} = 126 \text{ kN}$; $N_{\text{Sd,lt}} = 200 \text{ kN}$; beton klasy B20; stal klasy A-II.

Przyjęto: $\alpha_{\text{cc}} = 1,0$; $f_{\text{cd}} = 10,6 \text{ MPa}$ (z tabl. 3.2); $f_{\text{yd}} = 310 \text{ MPa}$ (z tabl. 3.4); $\xi_{\text{eff,lim}} = 0,55$ (z tabl. 5.1); $b = 0,25 \text{ m}$; $h = 0,5 \text{ m}$; 2 pełne warstwy prętów rozciąganych $\phi = 18 \text{ mm}$ i 1 warstwę prętów ściskanych $\phi = 18 \text{ mm}$ oraz strzemiona $\phi_s = 6 \text{ mm}$; klasę ekspozycji XC2 (tabl. 2.3); $c_{\text{min}} = 20 \text{ mm}$ (tabl. 2.4); $\Delta c = 5 \text{ mm}$;

Obliczamy kolejno:

- odległość osi ciężkości zbrojenia $A_{\text{s}1}$ od rozciąganej krawędzi przekroju (rys. 5.2 i 5.20)

$$a_1 = c_{\text{min}} + \Delta c + \phi_s + \phi + 0,5s_1 = 0,020 + 0,005 + 0,006 + 0,018 + 0,5 \cdot 0,020 = 0,059 \text{ m},$$
- odległość osi ciężkości zbrojenia $A_{\text{s}2}$ od ściskanej krawędzi przekroju (rys. 5.2 i 5.20)

$$a_2 = c_{\text{min}} + \Delta c + \phi_s + 0,5\phi = 0,020 + 0,005 + 0,006 + 0,5 \cdot 0,018 = 0,040 \text{ m},$$
- mimośród początkowy równy konstrukcyjnemu wg (5.54)

$$e_0 = e_c = M_{\text{Sd}} / N_{\text{Sd}} = 200/126 = 1,587 \text{ m},$$

- wysokość użyteczną przekroju

$$d = h - a_1 = 0,5 - 0,059 = 0,441 \text{ m,}$$

- położenie osi ciężkości elementu

$$y_1 = y_2 = 0,5 h = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ m,}$$

- mimośród siły podłużnej wg (5.130)

$$e_{s1} = |e_0 - y_1 + a_1| = |1,587 - 0,25 + 0,059| = 1,396 \text{ m,}$$

- pole przekroju zbrojenia ściskanego wg (5.66)

$$\begin{aligned} A_{s2} &= \frac{N_{Sd} e_{s1} - f_{cd} b d^2 \xi_{\text{eff,lim}} (1 - 0,5 \xi_{\text{eff,lim}})}{f_{yd} (d - a_2)} = \\ &= \frac{126 \cdot 1,396 - 10600 \cdot 0,25 \cdot 0,441^2 \cdot 0,55 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,55)}{310000 \cdot (0,441 - 0,040)} < 0 \end{aligned}$$

Zbrojenie ściskane przyjmujemy jako konstrukcyjne w postaci 2 prętów o średnicy 18 mm i łącznym polu przekroju $A_{s2,\text{prov}} = 2 \cdot \pi \cdot 0,018^2 / 4 =$

$= 0,000509 \text{ m}^2$ oraz $a_{2,\text{prov}} = a_2 = 0,040 \text{ m}$. W tym przypadku strefa ściskana przekroju nie będzie w pełni wykorzystana i w związku z tym obliczamy dalej:

- współczynnik bezwymiarowy wg (5.69)

$$\begin{aligned} s_{c,\text{eff}} &= \frac{N_{Sd} e_{s1} - f_{yd} A_{s2,\text{prov}} (d - a_{2,\text{prov}})}{f_{cd} b d^2} = \\ &= \frac{126 \cdot 1,396 - 310000 \cdot 0,000509 \cdot (0,441 - 0,040)}{10600 \cdot 0,25 \cdot 0,441^2} = 0,219, \end{aligned}$$

- względną efektywną wysokość strefy ściskanej przekroju wg (5.6)

$$\xi_{\text{eff}} = 1 - \sqrt{1 - 2 s_{c,\text{eff}}} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,219} = 0,250.$$

Ponieważ $2 a_{2,\text{prov}} / d_{\text{prov}} = 2 \cdot 0,040 / 0,441 = 0,181 < \xi_{\text{eff}} = 0,250 <$

$< \xi_{\text{eff,lim}} = 0,55$, zatem pole przekroju zbrojenia rozciąganego obliczamy ze wzoru (5.133)

$$\begin{aligned} A_{s1} &= \frac{f_{cd} b d \xi_{\text{eff}} + f_{yd} A_{s2,\text{prov}} + N_{Sd}}{f_{yd}} = \\ &= \frac{10600 \cdot 0,25 \cdot 0,441 \cdot 0,250 + 310000 \cdot 0,000509 + 126}{310000} = 0,001858 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

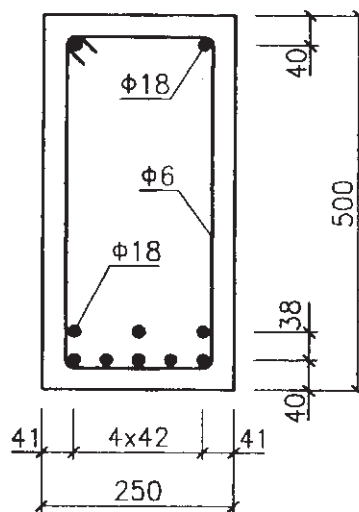
Przyjmujemy 8 prętów o średnicy 18 mm ($n_1 = 5$ prętów w pierwszej, dolnej warstwie i $n_2 = 3$ pręty w warstwie drugiej) i łącznym polu przekroju $A_{s1,\text{prov}} = 8 \cdot \pi \cdot 0,018^2 / 4 = 0,002036 \text{ m}^2$. Odległość osi ciężkości przekroju tego zbrojenia od rozciąganej krawędzi przekroju, wyznaczona wg wzoru (5.9), wynosi $a_{1,\text{prov}} = 0,054 \text{ m}$, a wynikająca stąd rzeczywista wysokość użyteczna

przekroju $d_{prov} = h - a_{l,prov} = 0,50 - 0,054 = 0,446$ m. Ponieważ $d_{prov} = 0,446$ m jest większe od przyjętego na wstępie $d = 0,441$ m, korekta obliczeń jest zbędna (patrz przykład 5.1).

Sprawdzamy, wg (5.134) i (5.135), czy pole przyjętego zbrojenia rozciąganego i ściskanego jest co najmniej równe wymaganemu przez normę [N1]:

$$A_{s1,prov} = 0,002036 \text{ m}^2 > A_{s1,min} = 0,002 b h = 0,002 \cdot 0,25 \cdot 0,50 = 0,00025 \text{ m}^2,$$

$$A_{s2,prov} = 0,000509 \text{ m}^2 > A_{s2,min} = 0,002 b h = 0,002 \cdot 0,25 \cdot 0,50 = 0,00025 \text{ m}^2.$$



Rys. 5.21. Przekrój prostokątny niesymetrycznie zbrojonego elementu mimośrodowo rozciąganego na dużym mimośrodku, obliczony w przykładzie 5.16

Przykład 5.17. Wyznaczenie nośności i sprawdzenie warunku nośności dla niesymetrycznie zbrojonego przekroju prostokątnego w elemencie rozciągającym na dużym mimośrodku.

Obliczenia przeprowadza się dla następujących danych z przykładu 5.16.

$M_{Sd} = 200$ kNm; $N_{Sd} = 126$ kN; beton klasy B20; stal klasy A-II; $b = 0,25$ m; $h = 0,5$ m; $a_{l,prov} = 0,054$ m; $a_{s,prov} = 0,040$ m; $A_{s1,prov} = 0,002036 \text{ m}^2$; $A_{s2,prov} = 0,000509 \text{ m}^2$;

Przyjęto: $\alpha_{cc} = 1,0$; $f_{ctd} = 10,6$ MPa (z tabl. 3.2); $f_{yd} = 310$ MPa (z tabl. 3.4); $\xi_{eff,lim} = 0,55$ (z tabl. 5.1);

Według sposobu proponowanego przez normę [N1] obliczamy kolejno:

– mimośród początkowy równy konstrukcyjnemu wg (5.54)

$$e_0 = e_c = M_{Sd} / N_{Sd} = 200 / 126 = 1,587 \text{ m},$$

- wysokość użyteczną przekroju

$$d_{\text{prov}} = h - a_{1,\text{prov}} = 0,5 - 0,054 = 0,446 \text{ m},$$

- położenie osi ciężkości elementu

$$y_1 = y_2 = 0,5 h = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ m},$$

- mimośród siły podłużnej wg (5.130)

$$e_{s1,\text{prov}} = |e_0 - y_1 + a_{1,\text{prov}}| = |1,587 - 0,25 + 0,054| = 1,391 \text{ m},$$

- względną efektywną wysokość strefy ściskanej wg (5.136)

$$\xi_{\text{eff}} = \frac{f_{\text{yd}} (\Lambda_{s1,\text{prov}} - \Lambda_{s2,\text{prov}}) - N_{\text{Sd}}}{f_{\text{cd}} b d_{\text{prov}}} = \frac{310000 \cdot (0,002036 - 0,000509) - 126}{10600 \cdot 0,25 \cdot 0,446} = 0,294.$$

Ponieważ zachodzi przypadek, że $2 a_{2,\text{prov}} / d_{\text{prov}} = 2 \cdot 0,040 / 0,446 = 0,179 < \xi_{\text{eff}} = 0,294 < \xi_{\text{eff,lim}} = 0,55$, to obliczeniową nośność przekroju na zginanie przy mimośrodowym rozciąganiu na dużym mimośrodku obliczamy ze wzoru (5.82)

$$\begin{aligned} M_{\text{RdI}} &= f_{\text{cd}} b d_{\text{prov}}^2 \xi_{\text{eff}} (1 - 0,5 \xi_{\text{eff}}) + f_{\text{yd}} A_{s2,\text{prov}} (d_{\text{prov}} - a_{2,\text{prov}}) = \\ &= 10600 \cdot 0,25 \cdot 0,446^2 \cdot 0,294 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,294) + 310000 \cdot 0,000509 \cdot \\ &\quad \cdot (0,446 - 0,040) = 196,26 \text{ kNm}, \end{aligned}$$

a warunek nośności zapisujemy wg (5.79) i (5.83) jako

$$M_{\text{SdI}} = N_{\text{Sd}} e_{s1,\text{prov}} = 126 \cdot 1,391 = 175,27 \text{ kNm} < M_{\text{RdI}} = 196,26 \text{ kNm},$$

stwierdzając, że został on spełniony.

Według sposobu tradycyjnego [4] obliczamy kolejno:

- wielkości: e_0 , d_{prov} , $e_{s1,\text{prov}}$ oraz $e_{s2,\text{prov}}$ - w sposób identyczny jak w przedstawionym wyżej sposobie, proponowanym przez normę [N1],

- współczynnik wg (5.88)

$$k_c = e_{s1,\text{prov}} / d_{\text{prov}} = 1,391 / 0,446 = 3,119,$$

- mimośród siły podłużnej wg (5.131)

$$e_{s2,\text{prov}} = e_0 + y_2 - a_{2,\text{prov}} = 1,587 + 0,25 - 0,040 = 1,797 \text{ m},$$

- względną efektywną wysokość strefy ściskanej wg zmodyfikowanego wzoru (5.87) (patrz podrozdział 5.5.1.2), wstawiając znak „minus” w liczniku ułamka pod pierwiastkiem, gdyż $e_{s1,\text{prov}} = 1,391 \text{ m} > d_{\text{prov}} - a_{2,\text{prov}} =$

$$= 0,446 - 0,040 = 0,406 \text{ m}$$

$$\xi_c = (1 + k_c) - \sqrt{(1 + k_c)^2 - \frac{2 f_{\text{yd}} (A_{s1,\text{prov}} e_{s1,\text{prov}} \pm A_{s2,\text{prov}} e_{s2,\text{prov}})}{f_{\text{cd}} b d_{\text{prov}}^2}} =$$

$$= (1 + 3,119) - \sqrt{(1 + 3,119)^2 - \frac{2 \cdot 310000 \cdot (0,002036 \cdot 1,391 - 0,000509 \cdot 1,797)}{10600 \cdot 0,25 \cdot 0,446^2}} = 0,284.$$

Ponieważ zachodzi przypadek $2a_{2,prov} / d_{prov} = 2 \cdot 0,040 / 0,446 = 0,179 < \xi_{eff} = 0,284 < \xi_{eff,lim} = 0,55$, to obliczeniową nośność przekroju z uwagi na siłę podłużną rozciągającą obliczamy ze wzoru (5.137)

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= f_{yd} (A_{s1,prov} - A_{s2,prov}) - f_{cd} b d_{prov} \xi_{eff} = \\ &= 310000 \cdot (0,002036 - 0,000509) - 10600 \cdot 0,25 \cdot 0,446 \cdot 0,284 = \\ &= 137,71 \text{ kN}, \end{aligned}$$

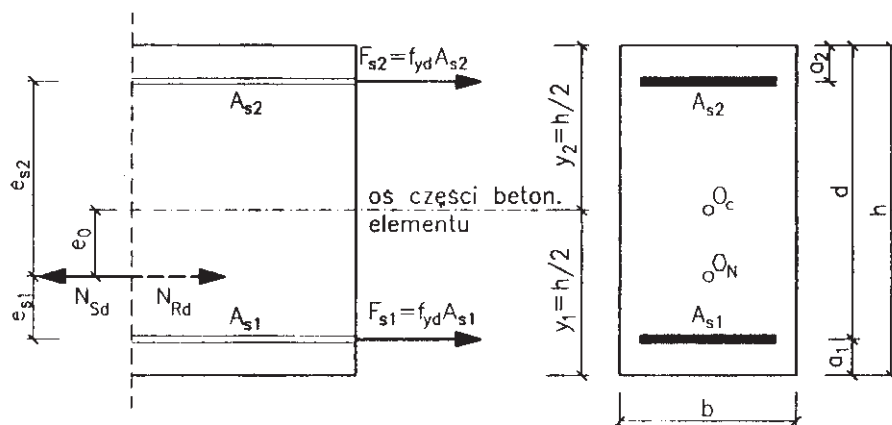
a warunek nośności zapisujemy wg (5.86) jako

$$N_{Sd} = 126 \text{ kN} < N_{Rd} = 137,71 \text{ kN}, \text{ stwierdzając, że został spełniony.}$$

5.5.2. Przekrój prostokątny mimośrodowo rozciągany – mały mimośród

W obliczeniach przekrojów elementów żelbetowych mimośrodowo rozciąganych w przypadku małego mimośrodu pomija się całkowicie współpracę betonu. Przekrój części betonowej elementu musi być jednak dobrany z uwzględnieniem wymagań normy [N1] związanych ze stanem granicznym zarysowania.

Zatem obliczenia prowadzone przy przyjęciu $\xi_{eff} = 0$ oraz założeniu, że naprężenia w całym zbrojeniu przekroju równe są co najwyżej obliczeniowej granicy plastyczności stali f_{yd} , znacznie się upraszczają.



Rys. 5.22. Rozkład granicznych sił wewnętrznych w przekroju żelbetowym mimośrodowo rozciągany w przypadku małego mimośrodu (punkt O_N oznacza miejsce przyłożenia siły podłużnej)

Stan równowagi w przekroju elementu prętowego, mającym co najmniej jedną oś symetrii i obciążonym w płaszczyźnie przechodzącej przez tę oś, określają zawsze dwa równania równowagi: sił i momentów. Jednak nieuwzględnianie w obliczeniach sił rozciągających w betonie nie pozwala zapisać pełnego równania równowagi sił, które by odzwierciedlało stan rzeczywisty. Z tego też względu, mając na uwadze utrzymanie obliczeń po bezpiecznej stronie, w normie [N1] w sposób sztuczny posłużono się kolejno dwoma równaniami równowagi momentów, i to zarówno dla celów wymiarowania, jak też budowy warunków nośności.

5.5.2.1. Wymiarowanie zbrojenia

Celem obliczeń jest wyznaczenie pól przekrojów zbrojeń A_{s1} i A_{s2} w zadanym przekroju prostokątnym zbrojonym prętami ze stali o znanej klasie A , mimośrodowo rozciągany obliczeniową siłą podłużną N_{sd} działającą na mimośrodku e_0 względem osi ciężkości elementu oraz na mimośrodkach e_{s1} i e_{s2} względem osi przekrojów zbrojeń A_{s1} i A_{s2} (rys. 5.22), wyznaczanych z zależności (5.130) i (5.131).

Pole przekroju zbrojenia bardziej rozciąganego obliczamy z równania równowagi momentów zapisanego względem osi ciężkości przekroju zbrojenia A_{s2}

$$A_{s1} = \frac{N_{sd} e_{s2}}{f_{yd} (d - a_2)} \quad (5.138)$$

zaś pole przekroju zbrojenia mniej rozciąganego obliczamy z równania równowagi momentów zapisanego względem osi ciężkości przekroju zbrojenia A_{s1}

$$A_{s2} = \frac{N_{sd} e_{s1}}{f_{yd} (d - a_2)} \quad (5.139)$$

Zasady doboru i rozmieszczania prętów zbrojeniowych o polach przekroju $A_{s1,prov}$ i $A_{s2,prov}$, wyznaczania $a_{1,prov}$, $a_{2,prov}$ oraz d_{prov} , a także sprawdzenie stopnia zbrojenia pozostają identyczne jak w podrozdziale 5.5.1.1.

5.5.2.2. Nośność przekroju

Nośność wyznaczamy dla przekroju o znanych parametrach d_{prov} i $a_{2,prov}$, znanych polach przekrojów $A_{s1,prov}$ i $A_{s2,prov}$ stalowego zbrojenia o obliczeniowej granicy plastyczności stali f_{yd} (patrz rys. 5.22, przy uwzględnieniu w nim $a_{1,prov}$, $a_{2,prov}$, d_{prov} , $e_{s1,prov}$, $e_{s2,prov}$, $A_{s1,prov}$ oraz $A_{s2,prov}$ zamiast a_1 , a_2 , d , e_{s1} , e_{s2} , A_{s1} oraz A_{s2}).

Obciążenie przekroju stanowi obliczeniowa siła podłużna N_{sd} działająca na mimośrodkach $e_{s1,prov}$ i $e_{s2,prov}$, które wyznacza się tak samo jak mimośrodowość e_{s1} i e_{s2} za pomocą wzorów (5.130) i (5.131).

Postępowanie zgodne z zaleceniami zawartymi w normie [N1] wymaga wyznaczenia dwóch następujących nośności na zginanie przy mimośrodkowym rozciąganiu wynikających:

– z równania równowagi momentów zapisanego względem osi ciężkości przekroju zbrojenia bardziej rozciąganego

$$M_{Rd1} = f_{yd} A_{s2,prov} (d_{prov} - a_{2,prov}) \quad (5.140)$$

– z równania równowagi momentów zapisanego względem osi ciężkości przekroju zbrojenia mniej rozciąganego

$$M_{Rd2} = f_{yd} A_{s1,prov} (d_{prov} - a_{2,prov}) \quad (5.141)$$

a następnie sprawdzenia równocześnie dwóch warunków nośności, wynikających kolejno z równań równowagi jak wyżej, określonych nierównościami (5.83) i (5.85), w których momenty M_{sd1} i M_{sd2} zapisuje się wg zależności (5.79) i (5.80).

W alternatywnym, tradycyjnym sposobie [4] najpierw wyznaczamy dwie nośności przekroju z uwagi na siłę podłużną rozciągającą, wynikające:

– z równania równowagi momentów zapisanego względem osi ciężkości przekroju zbrojenia bardziej rozciąganego

$$N_{Rd1} = \frac{f_{yd} A_{s2,prov} (d_{prov} - a_{2,prov})}{e_{s1,prov}} \quad (5.142)$$

– z równania równowagi momentów zapisanego względem osi ciężkości przekroju zbrojenia mniej rozciąganego

$$N_{Rd2} = \frac{f_{yd} A_{s1,prov} (d_{prov} - a_{2,prov})}{e_{s2,prov}} \quad (5.143)$$

a następnie jako ostateczną nośność N_{Rd} przekroju z uwagi na siłę podłużną rozciągającą na małym mimośrodku przyjmujemy mniejszą z powyższych sił N_{Rd1} lub N_{Rd2} i sprawdzamy warunek (5.86) stanu granicznego nośności.

Przykład 5.18. Wymiarowanie niesymetrycznie zbrojonego przekroju prostokątnego w elemencie rozciągającym na małym mimośrodzie.

Dane: $M_{sd} = 28,5$ kNm; $N_{sd} = 445$ kN; beton klasy B15; stal klasy A-II.

Przyjęto: $f_{yd} = 310$ MPa (z tabl. 3.4); $b = 0,25$ m; $h = 0,4$ m; 1 warstwę prętów bardziej rozciąganych $\phi = 16$ mm i 1 warstwę prętów mniej rozciąganych $\phi = 16$ mm oraz strzemiona $\phi_s = 6$ mm; klasę ekspozycji X0 (tabl. 2.3); $c_{min} = \phi = 16$ mm (tabl. 2.4).

Obliczamy kolejno:

- odległość osi ciężkości zbrojenia A_{s1} od bardziej rozciąganej krawędzi przekroju (rys. 5.2 i 5.22)

$$a_1 = c_{min} + \Delta c + \phi_s + 0,5\phi = 0,016 + 0,005 + 0,006 + 0,5 \cdot 0,016 = 0,035 \text{ m,}$$

- odległość osi ciężkości zbrojenia A_{s2} od mniej rozciąganej krawędzi przekroju (rys. 5.2 i 5.22)

$$a_2 = a_1 = 0,035 \text{ m,}$$

- mimośród początkowy równy konstrukcyjnemu wg (5.54)

$$e_0 = e_c = M_{sd} / N_{sd} = 28,5/445 = 0,064 \text{ m,}$$

- wysokość użyteczną przekroju

$$d = h - a_1 = 0,4 - 0,035 = 0,365 \text{ m.}$$

- położenie osi ciężkości elementu

$$y_1 = y_2 = 0,5h = 0,5 \cdot 0,4 = 0,20 \text{ m,}$$

- mimośrodę siły podłużnej wg (5.130) i (5.131)

$$e_{s1} = |e_0 - y_1 + a_1| = |0,064 - 0,20 + 0,035| = 0,101 \text{ m,}$$

$$e_{s2} = e_0 + y_2 - a_2 = 0,064 + 0,20 - 0,035 = 0,229 \text{ m,}$$

- potrzebną ilość zbrojenia bardziej rozciąganego wg (5.138)

$$A_{s1} = \frac{N_{sd} e_{s2}}{f_{yd} (d - a_2)} = \frac{445 \cdot 0,229}{310000 \cdot (0,365 - 0,035)} = 0,000996 \text{ m}^2,$$

- potrzebną ilość zbrojenia mniej rozciąganego wg (5.139)

$$A_{s2} = \frac{N_{sd} e_{s1}}{f_{yd} (d - a_2)} = \frac{445 \cdot 0,101}{310000 \cdot (0,365 - 0,035)} = 0,000439 \text{ m}^2.$$

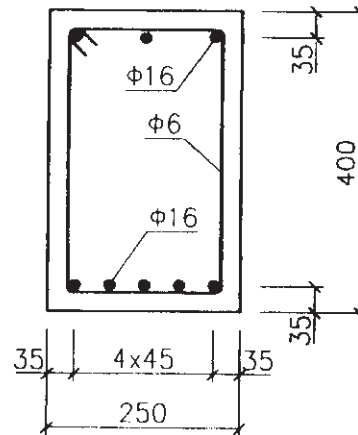
Przyjmujemy po stronie bardziej rozciąganej 5 prętów o średnicy 16 mm w 1 warstwie o łącznym polu przekroju $A_{s1,prov} = 5 \cdot \pi \cdot 0,016^2 / 4 = 0,001005 \text{ m}^2$ oraz po stronie mniej rozciąganej 3 pręty w 1 warstwie o łącznym polu przekroju $A_{s2,prov} = 3 \cdot \pi \cdot 0,016^2 / 4 = 0,000603 \text{ m}^2$. Odległości osi ciężkości przekrojów tych zbrojeń od najbliższych krawędzi przekroju wynoszą

$a_{1,prov} = a_{2,prov} = a_1 = 0,035 \text{ m}$, a ponieważ $d_{prov} = d = 0,365 \text{ m}$, korekta obliczeń jest zbędna (patrz przykład 5.1).

Sprawdzamy, wg (5.134) i (5.135), czy przyjęte zbrojenie ma wystarczający przekrój:

$$A_{s1,prov} = 0,001005 \text{ m}^2 > A_{s1,min} = 0,002 b h = 0,002 \cdot 0,25 \cdot 0,40 = 0,0002 \text{ m}^2,$$

$$A_{s2,prov} = 0,000603 \text{ m}^2 > A_{s2,min} = 0,002 b h = 0,002 \cdot 0,25 \cdot 0,40 = 0,0002 \text{ m}^2.$$



Rys. 5.23. Przekrój prostokątny niesymetrycznie zbrojonego elementu mimośrodowo rozciąganego na małym mimośrodku, obliczony w przykładzie 5.18

Przykład 5.19. Wyznaczenie nośności i sprawdzenie warunku nośności dla niesymetrycznie zbrojonego prostokątnego przekroju w elemencie rozciągany na małym mimośrodku.

Obliczenia przeprowadza się dla następujących danych z przykładu 5.18.

$M_{Sd} = 28,5 \text{ kNm}$; $N_{Sd} = 445 \text{ kN}$; beton klasy B15; stal klasy Λ -II; $b = 0,25 \text{ m}$; $h = 0,4 \text{ m}$; $a_{1,prov} = a_{2,prov} = 0,035 \text{ m}$; $A_{s1,prov} = 0,001005 \text{ m}^2$; $A_{s2,prov} = 0,000603 \text{ m}^2$

Przyjęto: $f_{yd} = 310 \text{ MPa}$ (z tabl. 3.4).

Według sposobu proponowanego przez normę [N1] obliczamy kolejno:

– mimośród początkowy równy konstrukcyjnemu wg (5.54)

$$e_0 = e_c = M_{Sd} / N_{Sd} = 28,5 / 445 = 0,064 \text{ m},$$

– wysokość użyteczną przekroju

$$d_{prov} = h - a_{1,prov} = 0,4 - 0,035 = 0,365 \text{ m},$$

– położenie osi ciężkości elementu

$$y_1 = y_2 = 0,5 h = 0,5 \cdot 0,4 = 0,20 \text{ m},$$

– mimośród siły podłużnej względem osi ciężkości przekroju zbrojenia A_{s1} wg (5.130)

$$e_{s1,prov} = |e_0 - y_1 + a_{1,prov}| = |0,064 - 0,20 + 0,035| = 0,101 \text{ m},$$

- mimośród siły podłużnej względem osi ciężkości przekroju zbrojenia A_{s2} wg (5.131)

$$e_{s2,prov} = e_0 + y_2 - a_{2,prov} = 0,064 + 0,20 - 0,035 = 0,229 \text{ m,}$$

- nośność na zginanie przy mimośrodowym rozciąganiu na małym mimośrodku wg (5.140)

$$M_{Rd1} = f_{yd} A_{s2,prov} (d_{prov} - a_{2,prov}) = 310000 \cdot 0,000603 \cdot (0,365 - 0,035) = 61,69 \text{ kNm,}$$

- nośność jw. wg (5.141)

$$M_{Rd2} = f_{yd} A_{s1,prov} (d_{prov} - a_{2,prov}) = 310000 \cdot 0,001005 \cdot (0,365 - 0,035) = 102,81 \text{ kNm.}$$

Ponieważ zachodzi nierówność zapisana wg (5.79) i (5.83)

$$M_{sd1} = N_{sd} e_{s1,prov} = 445 \cdot 0,101 = 44,95 \text{ kNm} < M_{Rd1} = 61,69 \text{ kNm}$$

oraz nierówność zapisana wg (5.80) i (5.85)

$$M_{sd2} = N_{sd} e_{s2,prov} = 445 \cdot 0,229 = 101,91 \text{ kNm} < M_{Rd2} = 102,81 \text{ kNm.}$$

zatem warunki stanu granicznego nośności zostały spełnione.

Według sposobu tradycyjnego [4] wyznaczamy kolejno:

- wielkości: e_0 , d_{prov} , $e_{s1,prov}$ oraz $e_{s2,prov}$ - w sposób identyczny jak w przedstawionym wyżej sposobie, proponowanym przez normę [N1],

- nośność wg (5.142)

$$N_{Rd1} = \frac{f_{yd} A_{s2,prov} (d_{prov} - a_{2,prov})}{e_{s1,prov}} = \frac{310000 \cdot 0,000603 \cdot (0,365 - 0,035)}{0,101} = 610,76 \text{ kN,}$$

- nośność wg (5.143)

$$N_{Rd2} = \frac{f_{yd} A_{s1,prov} (d_{prov} - a_{2,prov})}{e_{s2,prov}} = \frac{310000 \cdot 0,001005 \cdot (0,365 - 0,035)}{0,229} = 448,96 \text{ kN,}$$

- nośność przekroju z uwagi na siłę podłużną rozciągającą na małym mimośrodku, jako mniejszą spośród wartości N_{Rd1} i N_{Rd2} czyli $N_{Rd} = N_{Rd2}$

= 448,96 kN. Zapisujemy warunek (5.86) stanu granicznego nośności:

$N_{sd} = 445 \text{ kN} < N_{Rd} = 448,96 \text{ kN}$ stwierdzając, że został spełniony.

5.5.3. Rozciąganie osiowe

Do rozciąganych osiowo prętowych elementów żelbetowych należą np. ściagi w lukach lub ramach, wieszaki, pręty kratownice itp. W elementach rozciąganych osiowo całą obliczeniową siłę podłużną rozciągającą N_{sd} przenosi zbrojenie o sumarycznym polu przekroju $A_{s1} + A_{s2}$.

Wymiarowanie w tym przypadku polega na znalezieniu łącznego pola przekroju zbrojenia z równania równowagi sił

$$A_{s1} + A_{s2} = \frac{N_{sd}}{f_{yd}} \quad (5.144)$$

przy czym przyjęte zbrojenie o polach $A_{s1,prov}$ i $A_{s2,prov}$ powinno spełniać warunki (5.134) i (5.135) i powinno być rozmieszczone w przekroju w taki sposób, aby podłużna siła rozciągająca znajdowała się w środku ciężkości przekroju tego sumarycznego zbrojenia.

Nośność przekroju o znanych parametrach stali wyznacza się również z równania równowagi sił jako

$$N_{Rd} = f_{yd} (A_{s1} + A_{s2}) \quad (5.145)$$

a stan graniczny nośności sprawdza się z warunku (5.86).