

- niż 5 m; łączna powierzchnia wszystkich otworów powinna być nie mniejsza niż 6 cm²,
- odstęp w świetle między słupem stalowym a prętami zbrojenia podłużnego powinien być nie mniejszy niż 10 mm.

8.5. Obliczanie słupów

8.5.1. Przykłady liczbowe

W zamieszczonych w tym rozdziale przykładach zaprezentowano różne możliwości kształtowania przekrojów poprzecznych słupów zespolonych. Słupy zaprojektowano przy identycznych obciążeniach, z pominięciem ewentualnych mimośródów oraz imperfekcji.

Przykład 8.1

Zaprojektować dolną kondygnację słupa wewnętrznego w budynku parkingu samochodów osobowych. Układ konstrukcyjny stropu i obciążenia, jak w przykładach 4.2 i 6.2.

Dane:

- liczba kondygnacji budynku 4,
- wysokość kondygnacji 2,76 m,
- siatka słupów 5,0 × 16,0 m,
- gatunek stali konstrukcyjnej St3S (S235JR),
- klasa i gatunek stali zbrojeniowej A-II, 18G2-b,
- klasa betonu C20/25.

Obciążenia obliczeniowe:

- obciążenia stałe z belek stropowych wg przykładu 6.2 $8,67 \cdot 16,0 \cdot 2 \cdot 4 = 1109,8$ kN,
- ciężar podciagu (szacunkowo 1 kN/m) $1 \cdot 5,0 \cdot 1,1 \cdot 4 = 22$ kN,
- ciężar słupa (szacunkowo 3 kN/m) $3 \cdot 2,76 \cdot 1,1 \cdot 4 = 36,4$ kN,
- razem obciążenia stałe $N_G = 1109,8 + 22 + 36,4 = 1168,2$ kN;
- obciążenia zmienne z belek stropowych wg przykładu 6.2 $8,13 \cdot 16,0 \cdot 2 \cdot 4 = 1040,6$ kN,
- razem obciążenia całkowite $N = 1109,8 + 1040,6 + 22 + 36,4 = 2208,8$ kN.

Właściwości betonu wg tablicy 4.5 z przykładu 4.1, stali konstrukcyjnej wg tablicy 6.2 z przykładu 6.1, a stali zbrojeniowej wg tablicy 6.18 z przykładu 6.3.

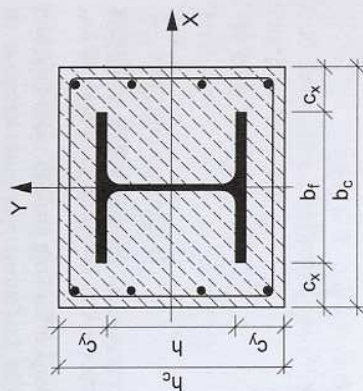
Przyjęto wstępnie kształtownik HE 200 B. Parametry geometryczne i charakterystyki kształtownika przeznaczonego na słup podano w tablicach 8.6 i 8.7. Przekrój poprzeczny słupa pokazano na rysunku 8.11.

Tablica 8.6. Wymiary przekroju dwuteownika HE 200 B

h	b _f	t _w	t _f	r
mm	mm	mm	mm	mm
200	200	9	15	18

Tablica 8.7. Charakterystyki geometryczne dwuteownika HE 200 B

A	I _x	I _y	W _x	W _y	i _x	i _y	m
cm ²	cm ⁴	cm ⁴	cm ³	cm ³	cm	cm	kg/m
78,1	5700	2000	570	200	8,54	5,07	61,3



Rysunek 8.11. Przekrój poprzeczny słupa

Grubość otuliny kształtownika:

— w kierunku osi prostopadłej do środka

$$c_x = 50 \text{ mm} < 0,4b_f = 0,4 \cdot 200 = 80 \text{ mm}$$

— w kierunku osi równoległej do środka

$$c_y = 50 \text{ mm} < 0,3h = 0,3 \cdot 200 = 60 \text{ mm}$$

Wymiary zewnętrzne słupa:

$$h_c = h + 2c_y = 20 + 2 \cdot 5 = 30 \text{ cm}$$

$$b_c = b_f + 2c_x = 20 + 2 \cdot 5 = 30 \text{ cm}$$

Pole przekroju betonu

$$A_c = h_c \cdot b_c - A_a = 30 \cdot 30 - 78,1 = 821,9 \text{ cm}^2$$

Pole przekroju zbrojenia podłużnego (założono 8Ø16 mm) $A_s = 16,08 \text{ cm}^2$.

Położenie osi zbrojenia względem krawędzi przekroju $a = 3 \text{ cm}$.

Nośność przekroju w zakresie plastycznym — wzór (8.4)

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} + 0,85 A_c f_{cd} + A_s f_{sd} = 78,1 \cdot 10^{-4} \cdot 215\,000 + 0,85 \cdot 821,9 \cdot 10^{-4} \cdot 13\,300 + 16,08 \cdot 10^{-4} \cdot 310\,000 = 31\,069,94 \text{ kN}$$

Udział stali konstrukcyjnej w nośności plastycznej przekroju zespolonego wg wzoru (8.1)

$$0,2 < \delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{78,1 \cdot 21,5}{31\,069,94} = 0,54 < 0,9$$

Stożenie zbrojenia przekroju

$$\rho = \frac{A_s}{b_c(h_c - a) - A_a} = \frac{16,08}{30 \cdot (30 - 3) - 78,1} = 0,022 = 2,2\% > 0,3\%$$

Miarodajne do określenia nośności słupa jest wyboczenie względem osi y , z uwagi na większą smukłość (mniejszy moment bezwładności przekroju względem osi y) oraz bardziej niekorzystną krzywą wyboczeniową względem tej osi.

Wyznaczenie efektywnej sztywności giętej przekroju (względem osi y)

Momenty bezwładności:

— stali konstrukcyjnej

$$I_a = I_y = 2000 \text{ cm}^4$$

— stali zbrojeniowej

$$I_s = A_s \left(\frac{b_c}{2} - a \right)^2 = 16,08 \cdot \left(\frac{30}{2} - 3 \right)^2 = 2315,5 \text{ cm}^4$$

— betonu

$$I_c = \frac{h_c b_c^3}{12} - I_a - I_s = \frac{30 \cdot 30^3}{12} - 2000 - 2315,5 = 63\,184,5 \text{ cm}^4$$

Wpływ obciążen długotrwałych na sztywność giętą przekroju uwzględnia się, przyjmując obniżoną wartość modułu sprężystości betonu. Przyjęto wartość współczynnika pełzania $\varphi_t = 2,0$. Zastępczy moduł sprężystości betonu wg wzoru (8.17)

$$E_c = E_{cm} \left(\frac{1}{1 + \frac{N_G}{N} \varphi_t} \right) = 3 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1168,2}{2208,8} \cdot 2,0} = 14,57 \text{ GPa} = 14,57 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

Wartość charakterystyczna sztywności (wzór (8.15))

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + E_s I_s + 0,6 E_c I_c = 205 \cdot 10^6 \cdot 2000 \cdot 10^{-8} + 200 \cdot 10^6 \cdot 2315,5 \cdot 10^{-8} + 0,6 \cdot 14,57 \cdot 10^6 \cdot 63\,184,5 \cdot 10^{-8} = 14\,255 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Długość obliczeniowa

$$l_0 = \mu H = 1,0 \cdot 276 = 276 \text{ cm}$$

Siła krytyczna przy wyboczeniu sprężystym

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 14\,255}{2,76^2} = 18\,469 \text{ kN}$$

Nośność przekroju ściskanego osiowo określona dla wytrzymałości charakterystycznych

$$N_{pl,Rk} = A_a f_{yk} + A_c 0,85 f_{ck} + A_s f_{sk} = 78,1 \cdot 10^{-4} \cdot 235\,000 + 0,85 \cdot 821,9 \cdot 10^{-4} \cdot 20\,000 + 16,08 \cdot 10^{-4} \cdot 355\,000 = 3803,4 \text{ kN}$$

Smukłość względna słupa zespolonego — wzór (8.14)

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{3803,4}{18\,469}} = 0,45$$

Sprawdzenie nośności słupa można przeprowadzić wg metody uproszczonej, ponieważ są spełnione następujące wymagania normowe:

- przekrój poprzeczny słupa ma dwie osie symetrii i jest stały na całej długości elementu,
- udział stali konstrukcyjnej w nośności plastycznej przekroju zespolonego jest zawarty w granicach $0,2 < \delta = 0,54 < 0,9$,
- smukłość względna słupa $\bar{\lambda} \leq 2$,
- stopień zbrojenia przekroju $\rho \leq 0,04$,
- grubość otuliny odpowiada warunkom: $40 \text{ mm} \leq c_x \leq 0,4b_c$, $40 \text{ mm} \leq c_y \leq 0,3h_c$.

Współczynniki redukcji zależny od postaci wyboczenia i smukłości względnej przy wyboczeniu w płaszczyźnie mniejszej sztywności wg krzywej χ , $\chi = 0,87$.

Warunek nośności pręta

$$\frac{N}{\chi N_{pl,Rd}} = \frac{2208,8}{0,87 \cdot 3106,94} = 0,81 < 1$$

Przykład 8.2

Przyjmując wszystkie dane dotyczące obciążenia z przykładu 8.1, zaprojektować słup z dwuteownika częściowo obetonowanego.

Dane:

- wysokość kondygnacji 2,76 m,
- gatunek stali konstrukcyjnej S235 (S235JR),
- klasa i gatunek stali zbrojeniowej A-II, 18G2-b,
- klasa betonu C20/25,
- obciążenie: $N = 2208,8 \text{ kN}$, $N_G = 1168,2 \text{ kN}$.

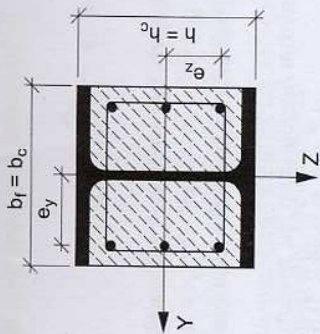
Wstępnie przyjęto kształtownik HE 240 B. Wymiary przekroju oraz charakterystyki geometryczne zestawiono w tablicach 8.8 i 8.9. Przekrój poprzeczny słupa pokazano na rysunku 8.12. Właściwości betonu i stali zbrojeniowej, jak w przykładzie poprzednim. Właściwości stali konstrukcyjnej wg tablicy 8.10.

Tablica 8.8. Wymiary przekroju dwuteownika HE 240 B

h mm	b_f mm	t_w mm	t_f mm	r mm
240	240	10	17	21

Tablica 8.9. Charakterystyki geometryczne dwuteownika HE 240 B

A cm ²	I_x cm ⁴	I_y cm ⁴	W_x cm ³	W_y cm ³	i_x cm	i_y cm	m kg/m
91	11 260	3920	938	327	10,3	6,08	82,3



Rysunek 8.12. Przekrój poprzeczny słupa

Tablica 8.10. Właściwości stali konstrukcyjnej

f_d MPa	R_e MPa	R_m MPa	E GPa	ϵ	λ_p
205	225	375	205	1,02	86,02

Założono zbrojenie $6\varnothing 16$ mm, $e_y = 8$ cm, $e_z = 8$ cm.

Pola przekrojów części składowych elementu zespolonego:

— kształtownika

$$A_a = 91 \text{ cm}^2$$

— stali zbrojeniowej

$$A_s = 12,06 \text{ cm}^2$$

— rdzenia betonowego

$$A_c = b_c h_c - A_a - A_s = 24 \cdot 24 - 91 - 12,06 = 427,94 \text{ cm}^2$$

Moment bezwładności (w płaszczyźnie mniejszej sztywności):

— kształtownika

$$I_a = 3920 \text{ cm}^4$$

— stali zbrojeniowej

$$I_s = 0,5 \cdot 12,06 \cdot 8^2 = 385,9 \text{ cm}^4$$

— rdzenia betonowego

$$I_c = \frac{b_c h_c^3}{12} - I_a - I_s = \frac{24 \cdot 24^3}{12} - 3920 - 385,9 = 23\,342 \text{ cm}^4$$

Sztywność przekroju — wzór (8.15)

$$\begin{aligned} (EI)_{eff} &= E_a I_a + E_s I_s + 0,6 E_c I_c = 205 \cdot 10^6 \cdot 3920 \cdot 10^{-8} + \\ &+ 200 \cdot 10^6 \cdot 385,9 \cdot 10^{-8} + 0,6 \cdot 14,57 \cdot 10^6 \cdot 23\,342 \cdot 10^{-8} = \\ &= 10\,280 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

Wpływ obciążeń długotrwałych na sztywność giętą przekroju uwzględniono, jak w przykładzie 8.1.

Siła krytyczna przy wyboczeniu sprężystym

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 10\,280}{2,76^2} = 13\,319 \text{ kN}$$

Nośność przekroju osiowo ściskanego określona dla wytrzymałości charakterystycznych

$$\begin{aligned} N_{pl,Rk} &= A_a f_{yk} + A_c 0,85 f_{ck} + A_s f_{sk} = 91 \cdot 10^{-4} \cdot 225\,000 + \\ &+ 0,85 \cdot 472,94 \cdot 10^{-4} \cdot 20\,000 + 12,06 \cdot 10^{-4} \cdot 355\,000 = 32\,79,6 \text{ kN} \end{aligned}$$

Smukłość względna słupa zespolonego — wzór (8.14)

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{32\,79,6}{13\,319}} = 0,49$$

Sprawdzenie warunku dotyczącego maksymalnego procentu zbrojenia

$$\rho = \frac{A_s}{b_c h_c - A_a} = \frac{12,06}{24 \cdot 24 - 91} = 0,025 < 0,04$$

Nośność przekroju w zakresie plastycznym — wzór (8.4)

$$\begin{aligned} N_{pl,Rd} &= A_a f_{yd} + 0,85 A_c f_{cd} + A_s f_{sd} = 91 \cdot 10^{-4} \cdot 205\,000 + \\ &+ 0,85 \cdot 472,94 \cdot 10^{-4} \cdot 13\,300 + 12,06 \cdot 10^{-4} \cdot 310\,000 = 27\,74 \text{ kN} \end{aligned}$$

Udział stali konstrukcyjnej w nośności plastycznej przekroju zespolonego jest zawarty w granicach

$$0,2 < \delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{91 \cdot 10^{-4} \cdot 205\,000}{27\,74} = 0,67 < 0,9, \quad \bar{\lambda} < 0,8$$

Współczynnik redukcji zależy od postaci wyboczenia (wg krzywej wybozeniowej c dla $\bar{\lambda} = 0,49$) $\chi = 0,85$.

Warunek nośności pręta zespolonego ściskanego osiowo

$$\frac{N}{\chi N_{pl,Rd}} = \frac{2208,8}{0,85 \cdot 27\,74} = 0,94 < 1$$

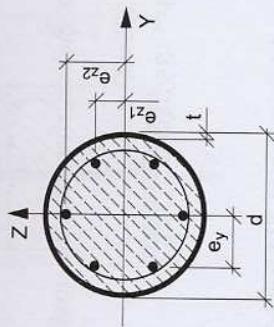
Przykład 8.3

Dla założen z poprzedniego przykładu zaprojektować słup z rury wypełnionej betonem.

Dane:

- wysokość kondygnacji 2,76 m,
- gatunek stali konstrukcyjnej S355JR,
- klasa i gatunek stali zbrojeniowej A-II, 18G2-b,
- klasa betonu C20/25,
- obciążenie: $N = 2208,8$ kN, $N_G = 1168,2$ kN.

Wstępnie przyjęto rurę $\varnothing 219,1 \times 14,2$, gdzie $A_a = 91,4 \text{ cm}^2$, $I_a = 4820 \text{ cm}^4$. Przekrój poprzeczny stupa pokazano na rysunku 8.13. Właściwości betonu, stali zbrojeniowej i konstrukcyjnej przyjęto, jak w przykładzie 8.1.



Rysunek 8.13. Przekrój poprzeczny stupa

Założono zbrojenie 6 \varnothing 12 w rozstawach: $e_y = 56 \text{ mm}$, $e_{z1} = 32 \text{ mm}$, $e_{z2} = 65 \text{ mm}$.

Pola przekrojów części składowych elementu zespolonego:

— płaszcz rury

$$A_a = 91,4 \text{ cm}^2$$

— stali zbrojeniowej

$$A_s = 6,8 \text{ cm}^2$$

— rdzenia betonowego

$$A_c = \frac{\pi d^2}{4} - A_a - A_s = \frac{\pi \cdot 21,91^2}{4} - 91,4 - 6,8 = 278,6 \text{ cm}^2$$

Momenty bezwładności:

— płaszcz rury

$$I_a = 4820 \text{ cm}^4$$

— stali zbrojeniowej

$$I_s = 4 \frac{A_s e_y^2}{6} = 4 \cdot 1,13 \cdot 5,6^2 = 141,7 \text{ cm}^4$$

— rdzenia betonowego

$$I_c = \frac{\pi \cdot (21,91 - 2 \cdot 1,42)^4}{64} - 141,7 = 6346,9 \text{ cm}^4$$

Szywność przekroju — wzór (8.15)

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + E_s I_s + 0,6 E_c I_c = 205 \cdot 10^6 \cdot 4820 \cdot 10^{-8} + 2 \cdot 10^8 \cdot 141,7 \cdot 10^{-8} + 0,6 \cdot 14,57 \cdot 10^6 \cdot 6346,9 \cdot 10^{-9} = 10\,719 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Zastępczy moduł sprężystości betonu, jak w przykładzie 8.1.

Długość obliczeniowa $l_0 = 2,76 \text{ m}$.

Siła krytyczna przy wyboczeniu sprężystym

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot 10\,719}{2,76^2} = 13\,888 \text{ kN}$$

Nośność przekroju osiowo ściskanego określona dla wytrzymałości charakterystycznych

$$N_{pl,Rk} = A_a f_{yk} + A_c f_{ck} + A_s f_{sk} = 91,4 \cdot 10^{-4} \cdot 235\,000 + 278,6 \cdot 10^{-4} \cdot 20\,000 + 6,8 \cdot 10^{-4} \cdot 355\,000 = 29\,465 \text{ kN}$$

Smukłość względna stupa zespolonego

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{29\,465}{13\,888}} = 0,46$$

Sprawdzenie warunków konstrukcyjnych:

— ze względu na stateczność miejscową

$$\frac{d}{t} = \frac{219,1}{14,2} = 15,4 < 90 \cdot \sqrt{\frac{235}{235}} = 90$$

— ze względu na maksymalny procent zbrojenia

$$\rho = \frac{A_s}{\frac{\pi d^2}{4} - A_a} = \frac{6,8}{\frac{\pi \cdot 21,91^2}{4} - 91,4} = 0,0242 < 0,04$$

— ze względu na smukłość $\bar{\lambda} = 0,46 < 0,5$.

Spełnienie dwóch ostatnich warunków upowaznia — w przypadku rur o przekroju kołowym wypchniętych betonem — do uwzględnienia wzrostu wytrzymałości betonu z tytułu ograniczenia odkształceń poprzecznych. W takim przypadku nośność plastyczną można obliczyć ze wzoru (8.9)

$$N_{pl,Rd} = \eta_a A_a f_{yd} + A_c f_{cd} \left(1 + \eta_c \frac{t f_{yk}}{d f_{ck}} \right) + A_s f_{sd}$$

w którym współczynniki są określone wzorami od (8.10) do (8.13), w zależności od stosunku mimośrodów e do średnicy stupa d :

gdy $0 < \frac{e}{d} \leq 0,1$

$$\eta_a = \eta_{ao} + (1 - \eta_{ao}) \frac{10e}{d}$$

gdzie:

$$\eta_{ao} = 0,25 \cdot (3 + 2 \cdot \bar{\lambda}) = 0,25 \cdot (3 + 2 \cdot 0,46) = 0,98, \quad \eta_c = \eta_{co} \left(1 - 10 \frac{e}{d} \right) = 0$$

gdys

$$\eta_{co} = 4,9 - 18,5 \bar{\lambda} + 17 \bar{\lambda}^2 = 4,9 - 18,5 \cdot 0,46 + 17 \cdot 0,46^2 = -0,01 < 0$$

Zatem $\eta_a = 1$, $\eta_c = 0$

$$N_{pl,Rd} = 1 \cdot 91,4 \cdot 10^{-4} \cdot 215\,000 + 278,6 \cdot 10^{-4} \cdot 13\,300 \cdot (1 + 0) + 6,8 \cdot 10^{-4} \cdot 310\,000 = 25\,464 \text{ kN}$$

Udział stali konstrukcyjnej w nośności plastycznej przekroju zespolonego jest zawarty w granicach

$$0,2 < \delta = \frac{A_s f_{yd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{91,4 \cdot 10^{-4} \cdot 215\,000}{2546,4} = 0,77 < 0,9$$

Współczynnik redukcji zależy od postaci wybočenja (wg krzywej wyboçeniowej α) odczytany z tablicy 8.4 $\chi = 0,94$.

Warunek nośności pręta zespolonego ściskanego osiowo

$$\frac{N}{\chi N_{pl,Rd}} = \frac{2208,8}{0,94 \cdot 2546,4} = 0,92 < 1$$

Więcej przykładów obliczania słupów z rur wypełnionych betonem można znaleźć w monografii [7].

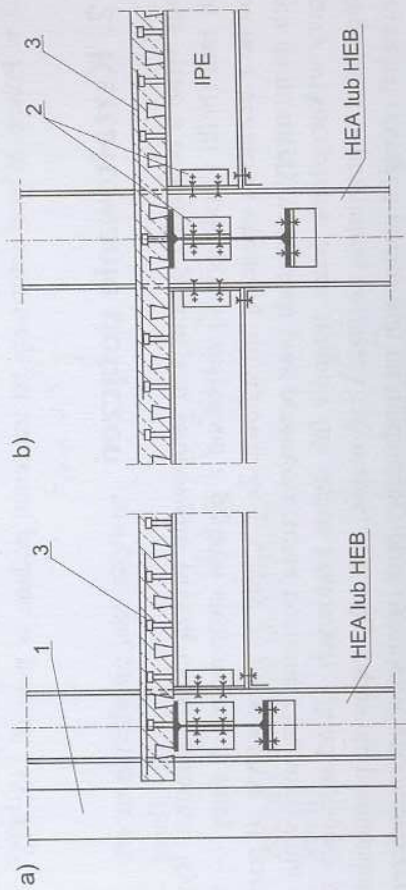
Rozdział 9

Połączenia belek i podciągów ze słupami

9.1. Uwagi ogólne

Założenia przyjęte w analizie konstrukcji powinny być zgodne z przewidywanym zachowaniem się połączeń belek i podciągów ze słupami. Jak podano wcześniej, połączenia te mogą być sztywne, tj. równe sztywności przekroju zespolonego belki lub podciągu w przęśle, podatne i nominalnie przegubowe.

Najczęściej są wykonywane połączenia nominalnie przegubowe (rys. 9.1). Projektuje się je najczęściej na śruby (jak na rysunku), a w płycie nad podporą umieszcza się zbrojenie przeciwdziałające zarysowaniu betonu. Obrót belki (podciągu) na podporze powoduje uplastycznienie tego zbrojenia, co prowadzi do wystąpienia niewielkiego momentu podporowego. Moment ten pomija się w obliczeniach belki (podciągu), a uwzględnia się w obliczeniach słupów skrajnych. Rozwiązanie to jest bezpieczne i oszczędne pod względem zużycia stali, ponieważ największe korzyści płynące z zespolenia uzyskuje się w przęśłach belek (podciągów).



Rysunek 9.1 Przykłady nominalnie przegubowych połączeń belek i podciągów ze słupami: a) skraj-